

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙

[医学部・医学科]

コード	得	1	2	3	4				
2	0								
7	8	11	12	14	15	17	18	20	21

採点欄

1

(1) $a_n = 25 + (n-1)(-3) = \underline{-3n + 28}$... (答)

$b_n = 2 \times 2^{n-1} = \underline{2^n}$... (答)

(2) $\sum_{k=1}^n a_k$ は 初項 25、末項 $-3n+28$ 、項数 n の等差数列の和だから

$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{1}{2}n \{25 + (-3n+28)\} = \underline{\frac{1}{2}n(-3n+53)}$... (答)

(3) $\sum_{k=1}^n b_k$ は 初項 2、公比 2、項数 n の等比数列の和だから

$\sum_{k=1}^n b_k = \frac{2(2^n-1)}{2-1} = \underline{2^{n+1}-2}$... (答)

(4) $\{c_n\}$ の階差数列が $\{a_n+b_n\}$ だから

$n \geq 2$ のとき $c_n = c_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (a_k + b_k)$

$= 7 + \frac{1}{2}(n-1)\{-3(n-1)+53\} + (2^n - 2)$

$= \underline{-\frac{3}{2}n^2 + \frac{59}{2}n - 23 + 2^n}$... (答)

(これは $n=1$ のときも成り立つ)

この線より上には解答を記入しないでください。

数学 解答用紙

〔医学部・医学科〕

採点欄

2

(1) 袋Aから白玉を2個取り出し、袋Bから赤玉が取り出される場合であるから、求める確率は $\frac{1}{5C_2} \times \frac{1}{4C_1} = \frac{1}{40}$... (答) である。

(2) 次の2つの場合がある。

(i) 袋Aから白玉を2個取り出し、袋Bから白玉が取り出される場合

(ii) 袋Aから白玉を1個、赤玉を1個取り出し、袋Bから赤玉が取り出される場合

(i) の場合の確率は $\frac{1}{5C_2} \times \frac{3C_1}{4C_1} = \frac{3}{40}$

(ii) の場合の確率は $\frac{2C_1 \times 3C_1}{5C_2} \times \frac{2C_1}{4C_1} = \frac{3}{10}$ である。

(i) の場合と(ii) の場合は互いに排反であるから

求める確率は $\frac{3}{40} + \frac{3}{10} = \frac{3}{8}$... (答) である。

(3) (1)(2) と同様にして

Aの白玉の個数が2個になる確率は $\frac{21}{40}$

Aの白玉の個数が3個になる確率は $\frac{3}{40}$ である。

試行Tを行うとき、白玉が取り出されるのは

Aの白玉が1個のとき $\frac{1}{4C_1} = \frac{1}{4}$

Aの白玉が2個のとき $\frac{2C_1}{4C_1} = \frac{1}{2}$

Aの白玉が3個のとき $\frac{3C_1}{4C_1} = \frac{3}{4}$ であるから

求める確率は

$\frac{3}{8} \times \frac{1}{4} + \frac{21}{40} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{40} \times \frac{3}{4} = \frac{33}{80}$... (答) である。

数学 解答用紙

[医学部・医学科]

採点欄

3

(1) $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ とする。

$x = \sin \theta$ とおくと、 $\frac{dx}{d\theta} = \cos \theta$ $\begin{matrix} x & | & 0 \rightarrow 1 \\ \theta & | & 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} \end{matrix}$

となるから、

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin^2 \theta} \cdot \cos \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos \theta| \cdot \cos \theta d\theta \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{1}{2} \left[\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{\pi}{4} \dots (\text{答}) \end{aligned}$$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2-1} + \sqrt{n^2-2^2} + \dots + \sqrt{n^2-n^2}}{1+2+\dots+n}$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(\sqrt{1-(\frac{1}{n})^2} + \sqrt{1-(\frac{2}{n})^2} + \dots + \sqrt{1-(\frac{n}{n})^2} \right)}{\frac{1}{2} n(n+1)}$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \cdot \frac{1}{n+1} \cdot \sum_{k=1}^n \sqrt{1-(\frac{k}{n})^2}$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{1-(\frac{k}{n})^2}$

$= 2 \cdot 1 \cdot \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

$= 2 \cdot \frac{\pi}{4}$ (⊕ (1)の結果を)

$= \frac{\pi}{2} \dots (\text{答})$

数学 解答用紙

[医学部・医学科]

採点欄

4

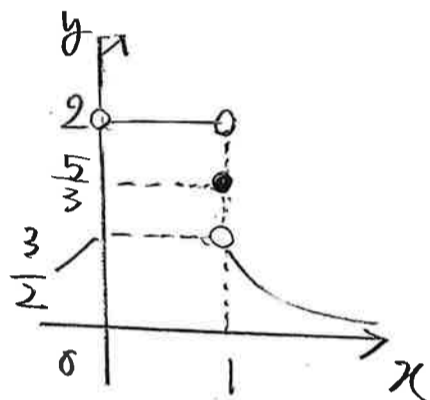
(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{x^n} = 0$ から $F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{2}{x^n}}{2x + \frac{1}{x^n}} = \frac{3}{2x}$... (答)

(2) $F(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 1^n + 2}{2 \cdot 1^{n+1} + 1} = \frac{5}{3}$

$0 < x < 1$ のとき $\lim_{n \rightarrow \infty} x^n = 0$ かつ

$F(x) = \frac{3 \cdot 0 + 2}{2 \cdot 0 + 1} = 2$

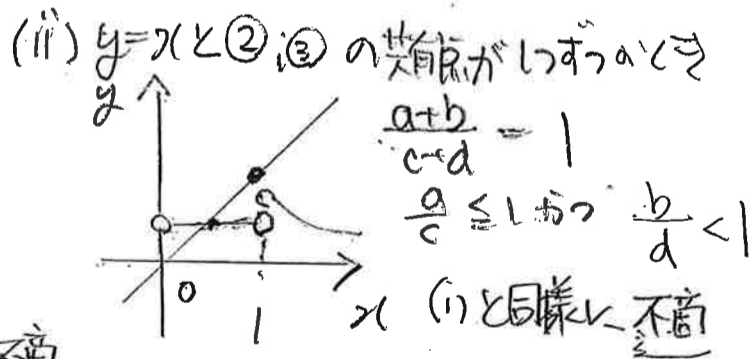
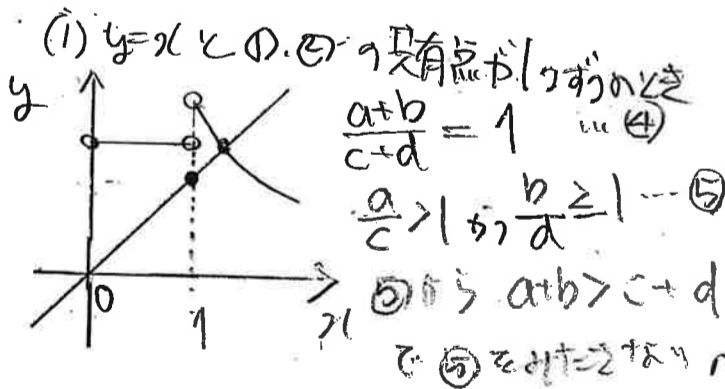
(1) と合わせると グラフは右図



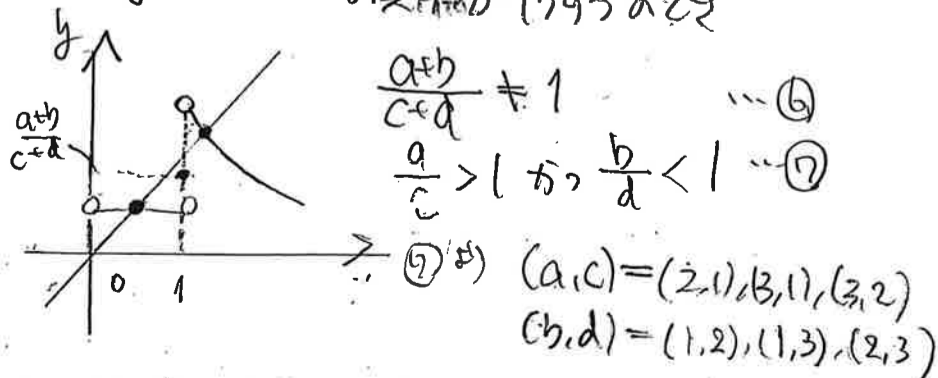
(3) (2) と同様にして

$$F(x) = \begin{cases} \frac{a}{c} & (x > 1) \dots ① \\ \frac{a+b}{c+d} & (x = 1) \dots ② \\ \frac{b}{d} & (0 < x < 1) \dots ③ \end{cases}$$

$y=x$ と ①, ②, ③ の共有点が 2つ以上ある場合は存在しない



(iii) $y=x$ と ①, ② の共有点が 1つあるとき



このうち ⑥をみたすのは $(a, c, b, d) = (2, 1, 1, 3), (3, 1, 1, 2)$

$(3, 1, 2, 3), (3, 2, 1, 3)$

以上より求める (a, b, c, d) の組み合わせは

$(2, 1, 1, 3), (3, 1, 1, 2)$
 $(3, 2, 1, 3), (3, 1, 2, 3)$... (答)