2025 鳥取大.地域

[I]

(1) 初項1,公差3の等差数列なので

$$S_n = \frac{n}{2}\{1+1+3(n-1)\} = \underline{\underline{\frac{n(3n-1)}{2}}} \cdots (答)$$

(2) $a+ar+ar^2=-24 \cdots ①$

$ar+ar^2+ar^3 = r(a+ar+ar^2) = 48 \cdots ②$

①を②に代入して $-24r=48$ $\therefore r=-2$

$r=-2$ を①に代入して $a-2a+4a=3a=-24$ $\therefore a=-8$

よって $\underline{\underline{a=-8,\ r=-2}} \cdots (答)$

2025 鳥取大 地域

[II]

(1) $(6-2)^2+(4-1)^2=4^2+3^2=25=5^2$

より 円の半径は $\sqrt{25}=5$ なので

中心が$(2,1)$, 半径5の円Cの方程式は

$(x-2)^2+(y-1)^2=25$ …(答)

(2) 点$(6,4)$は円上の点なので接線lの方程式は

$(6-2)(x-2)+(4-1)(y-1)=25$

$4(x-2)+3(y-1)=25$

よって $4x+3y=36$ …(答)

(3) 原点と接線lとの距離は

$$\frac{|4\cdot 0+3\cdot 0-36|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{36}{5}$$ …(答)

2025 鳥取大 地域

[Ⅲ]

(1) ① $3x^2+x-4=(x^2+x+1)\cdot 3+(-2x-7)$

だから $\underline{\underline{r[3x^2+x-4]=-2x-7}}$ …(答)

② $x^3+1=(x^2+x+1)\cdot(x-1)+2$

だから $\underline{\underline{r[x^3+1]=2}}$ …(答)

③ $r_1=-2x-7$, $r_2=2$ とおくと①,②から

$(3x^2+x-4)(x^3+1)=\{(x^2+x+1)\cdot 3+r_1\}\{(x^2+x+1)(x-1)+r_2\}$

$=(x^2+x+1)\cdot\{3(x^2+x+1)(x-1)+r_1(x-1)+3r_2\}+r_1r_2$

ここで $r_1r_2=(-2x-7)\cdot 2=-4x-14$

よって $\underline{\underline{r[(3x^2+x-4)(x^3+1)]=-4x-14}}$ …(答)

④ ①,②から $r[3x^2+x-4]\times r[x^3+1]=(-2x-7)\cdot 2=-4x-14$

よって $\underline{\underline{r[r[3x^2+x-4]\times r[x^3+1]]=-4x-14}}$ …(答)

(2) $A=(x^2+x+1)Q_A+R_A$, $B=(x^2+x+1)Q_B+R_B$ (R_A, R_Bは1次以下)

とすると $r[A]=R_A$, $r[B]=R_B$ なので

$r[r[A]\times r[B]]=r[R_AR_B]$ …①

$AB=\{(x^2+x+1)Q_A+R_A\}\{(x^2+x+1)Q_B+R_B\}$

$=(x^2+x+1)\{(x^2+x+1)Q_AQ_B+R_AQ_B+R_BQ_A\}+R_AR_B$

したがって $r[AB]=r[R_AR_B]$ …②

①,②から $r[AB]=r[r[A]\times r[B]]$ (証明終)

(1) $t=\sin\theta+\cos\theta$ の両辺を2乗して，

$t^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$t^2=1+\sin 2\theta$ から　$\sin 2\theta=t^2-1$ なので

$f(\theta)=(t^2-1)+\sqrt{2}t$

$f(\theta)=t^2+\sqrt{2}t-1$ …(答)

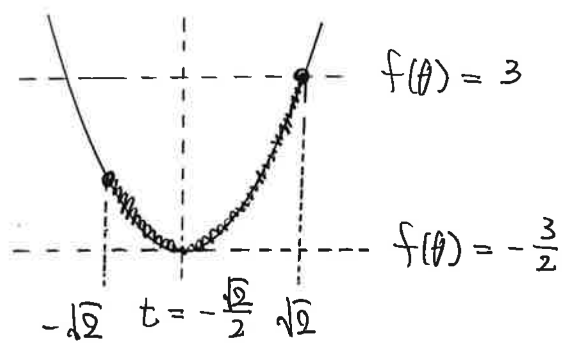
(2) $t=\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$ …①

$0\leqq\theta<2\pi$ より $\frac{\pi}{4}\leqq\theta+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi$ なので $-1\leqq\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqq1$ から

$-\sqrt{2}\leqq\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)\leqq\sqrt{2}$

$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$ …(答)

(3) (1) より $f(\theta)=\left(t+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$



(2) より $-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$ なので，
$f(\theta)=t^2+\sqrt{2}t-1$ の $-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$ における
概形は左図になる

(i) $t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき，① より $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$ で $\frac{\pi}{4}\leqq\theta+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi$ だから

$\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{7}{6}\pi,\ \frac{11}{6}\pi$

$\theta=\frac{11}{12}\pi,\ \frac{19}{12}\pi$

(ii) $t=\sqrt{2}$ のとき，① より $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=1$ で $\frac{\pi}{4}\leqq\theta+\frac{\pi}{4}<\frac{9}{4}\pi$ だから

$\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$

$\theta=\frac{\pi}{4}$

以上より

(答) 最大値 3 $\left(\theta=\frac{\pi}{4}\text{ のとき}\right)$
最小値 $-\frac{3}{2}$ $\left(\theta=\frac{11}{12}\pi,\ \frac{19}{12}\pi\text{ のとき}\right)$